

Предмет – «Математика»

Тема заняття – Тригонометричні нерівності та їх розв'язування

Мета заняття:

Дидактична – сформувати уявлення про найпростіші тригонометричні нерівності; ознайомити зі способами розв'язання тригонометричних нерівностей за допомогою одиничного кола та за допомогою графіка відповідної функції; сформувати вміння розв'язувати найпростіші тригонометричні нерівності;

Розвивальна – розвивати пам'ять і мислення; розвивати цікавість до математики, прагнення краще вчити предмет; здатність до творчого застосування знань і вдосконалення умінь;

Виховна – виховувати наполегливість і відповідальність, допитливість, уважність, натхнення, любов до навчання та вміння працювати разом, виховувати акуратність при побудові графіків функцій.

ХІД ЗАНЯТТЯ:

1. Актуалізація опорних знань учнів:

Виконання графічних вправ

1. Побудуйте в одній координатній площині параболу $y = x^2$ та пряму $y = 4$. Виділіть іншим кольором ту частину параболи, яка знаходиться нижче від прямої. При яких значеннях x виконується нерівність $x^2 < 4$?

2. Побудуйте в одній координатній площині параболу $y = 3 - x^2$ та пряму $x = 1$. Виділіть іншим кольором ту частину параболи, яка відповідає нерівності $3 - x^2 > 1$. Для яких значень x виконується ця нерівність?

3. Розв'яжіть подвійну нерівність:

А) $-4 < 2x < 5$;

Б) $3 < 4x - 1 < 7$;

В) $x^2 + 3x + 2 > 0$.

2. Мотивація навчальної діяльності:

Вам уже відомі способи розв'язання деяких видів нерівностей, а саме: лінійних, квадратних, дробово-раціональних, ірраціональних. Пропоную вам самостійно ознайом з поняттям найпростіших тригонометричних нерівностей. Способи їх розв'язання дещо відрізняються від уже відомих способів.

3. Повідомлення нових знань за планом:

1. Розв'язування найпростіших тригонометричних нерівностей.
2. Розв'язування тригонометричних нерівностей.

4. Узагальнення набутих знань:

- 1) Виконати вправи в зошитах.
- 2) Самостійна робота.

5. Домашнє завдання:

Конспект в зошиті для класних робіт, виконати самостійну роботу на подвійних листочках Нумерація варіантів починається від вікна.

Розв'язування тригонометричних нерівностей

Найпростіші тригонометричні нерівності:

$$\sin x \geq a \text{ або } \sin x \leq a;$$

$$\cos x \geq a \text{ або } \cos x \leq a, |a| \leq 1;$$

$$\operatorname{tg} x \geq a \text{ або } \operatorname{tg} x \leq a;$$

$$\operatorname{ctg} x \geq a \text{ або } \operatorname{ctg} x \leq a, a \in R$$

мають такі множини розв'язків:

Вид нерівності	Множина розв'язків нерівності ($n \in Z$)
$\sin x > a$	$x \in (\arcsin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n)$
$\sin x < a$	$x \in (-\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n)$
$\cos x > a$	$x \in (-\arccos a + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n)$
$\cos x < a$	$x \in (\arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n)$
$\operatorname{tg} x > a$	$x \in \left(\operatorname{arctg} a + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$
$\operatorname{tg} x < a$	$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \operatorname{arctg} a + \pi n \right)$
$\operatorname{ctg} x > a$	$x \in (\pi n; \operatorname{arcctg} a + \pi n)$
$\operatorname{ctg} x < a$	$x \in (\operatorname{arcctg} a + \pi n; \pi + \pi n)$

Для розв'язування складніших тригонометричних нерівностей треба здійснювати перехід до однієї або декількох найпростіших нерівностей, які розв'язуються за допомогою одиничного кола або графіків тригонометричних функцій.

Зауваження: кожен проміжок повинен «бути прочитаним» від меншого значення аргументу до більшого.

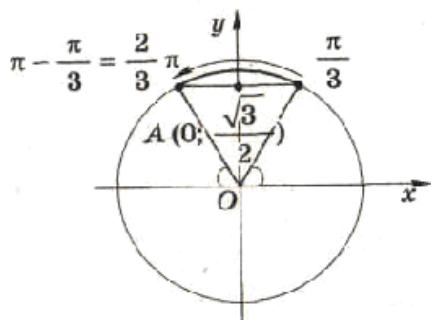
Розв'язування тригонометричних нерівностей

Розв'язати нерівність:

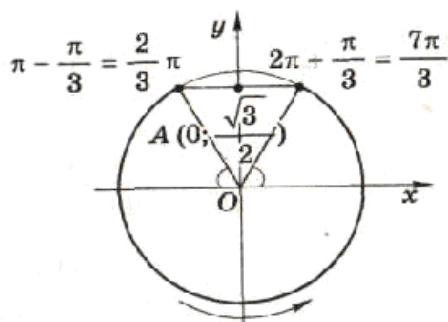
$$1) \sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2) \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$$



$$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{2}{3}\pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z}$$

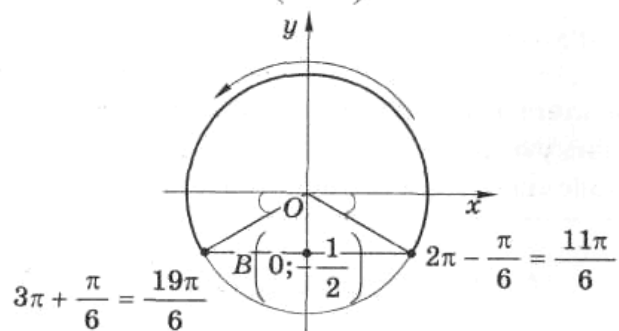


$$\frac{2}{3}\pi + 2\pi n < x < \frac{7}{3}\pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z}$$

Розв'язати нерівність:

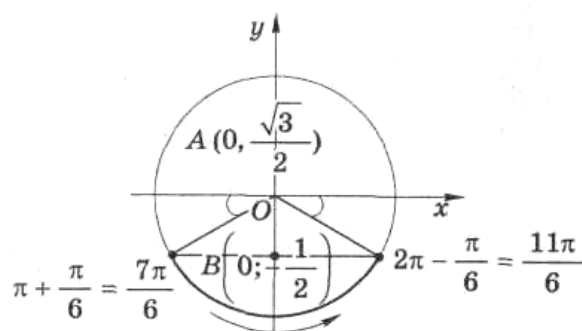
$$1) \sin x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$$



$$\frac{11\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{19\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

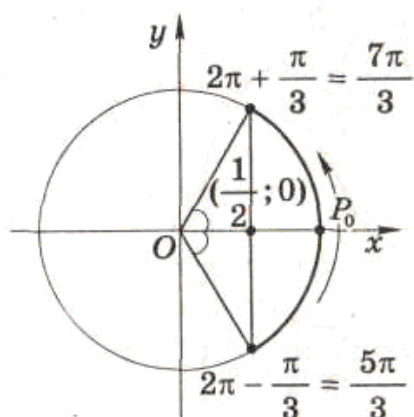
$$2) \sin x \leq -\frac{1}{2}$$



$$\frac{7\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{11\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Розв'язати нерівність:

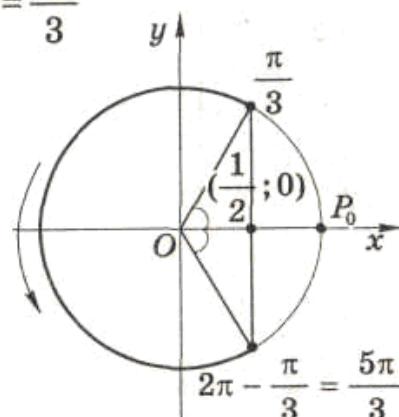
1) $\cos x \geq \frac{1}{2}$



$$\frac{5\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos x \leq \frac{1}{2}$

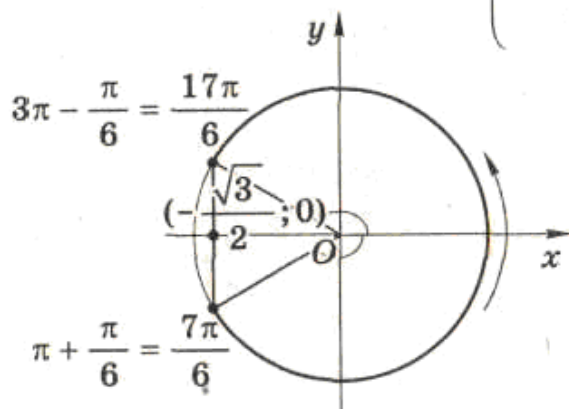
$$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$



$$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Розв'язати нерівність:

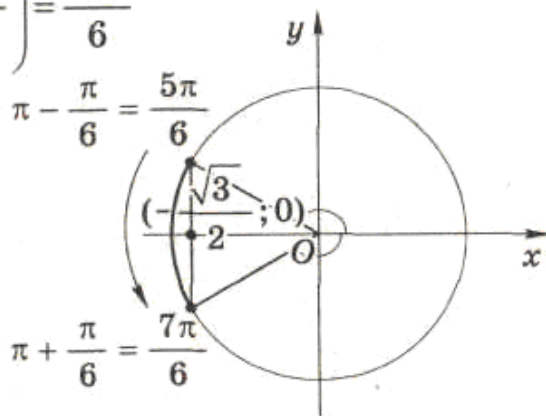
1) $\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$



$$\frac{7}{6}\pi + 2\pi n \leq x \leq \frac{17}{6}\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

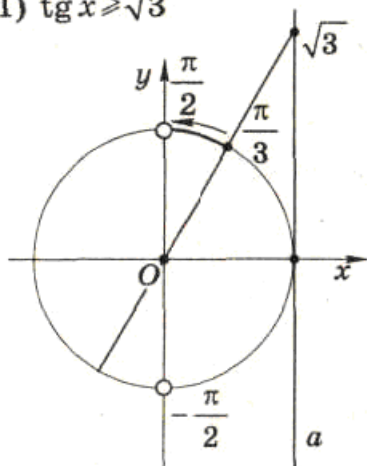
$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{5\pi}{6}$$



$$\frac{5}{6}\pi + 2\pi n \leq x \leq \frac{7}{6}\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Розв'язати нерівність:

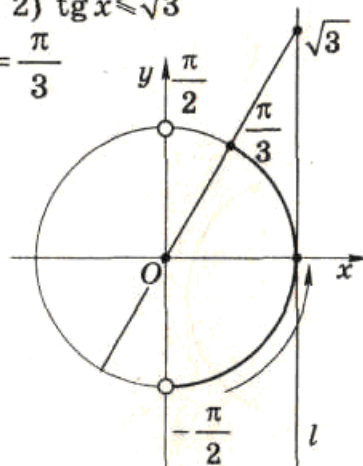
1) $\operatorname{tg} x \geq \sqrt{3}$



$$\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$$

2) $\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$

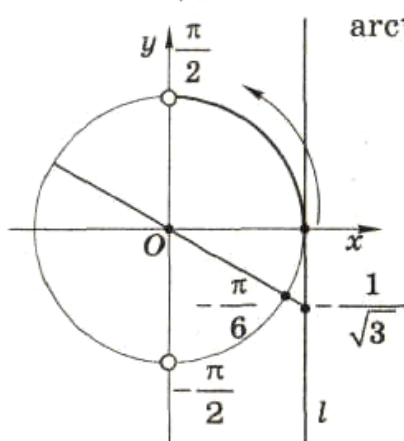
$$\operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$$



$$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x \leq \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbf{Z}$$

Розв'язати нерівності:

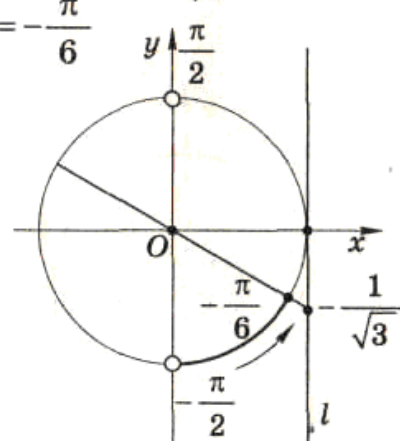
1) $\operatorname{tg} x \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}$



$$-\frac{\pi}{6} + \pi k \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbf{Z}$$

2) $\operatorname{tg} x \leq -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = -\frac{\pi}{6}$$



$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$$

Самостійна робота

Установіть відповідність між заданими нерівностями (1-4) та їхніми розв'язками (А-Д)

Варіант №1

1	$\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$	А	$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$
2	$\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$	Б	$-\frac{4\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
3	$\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$	В	$\frac{\pi}{6} + \pi k \leq x < \pi + \pi k, k \in Z$
4	$\operatorname{ctg} x \leq \sqrt{3}$	Г	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k < x < -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$
		Д	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$

Самостійна робота

Установіть відповідність між заданими нерівностями (1-4) та їхніми розв'язками (А-Д)

Варіант №2

1	$\sin x \geq -\frac{1}{2}$	А	$\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
2	$\cos x < \frac{1}{2}$	Б	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
3	$\operatorname{tg} x \leq 1$	В	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$
4	$\operatorname{ctg} x \leq 0$	Г	$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x \leq \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$
		Д	$\frac{\pi}{2} + \pi k \leq x < \pi + \pi k, k \in Z$

Самостійна робота

Установіть відповідність між заданими нерівностями (1-4) та їхніми розв'язками (А-Д)

Варіант №3

1	$\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$	А	$-\frac{5\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$
2	$\cos x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$	Б	$\frac{2\pi}{3} + \pi k \leq x < \pi + \pi k, k \in Z$
3	$\operatorname{tg} x \geq -1$	В	$\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$

4	$\operatorname{ctg} x \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$	Г	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k < x < -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$
		Д	$-\frac{\pi}{4} + \pi k \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

Самостійна робота

Установіть відповідність між заданими нерівностями (1-4) та їхніми розв'язками (А-Д)

Варіант №4

1	$\sin x \geq \frac{1}{2}$	А	$\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$
2	$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$	Б	$-\frac{4\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
3	$\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$	В	$\frac{\pi}{6} + \pi k \leq x < \pi + \pi k, k \in Z$
4	$\operatorname{ctg} x \leq \sqrt{3}$	Г	$\frac{\pi}{3} + \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$
		Д	$\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$